الموضوع: المحاضرة التاسعة:

١- الأشجار tree في الواقع يمكن استخدام الأشجار في العديد من المسائل التطبيقية لأنه حيث تعتبر من المعطيات والأشجار تستخدم من أجل تمثيل البيانات

٢- تخزين واسترجاع البيانات في قواعد البيانات

٣- تحليل الخوارزميات وحساب تعقيد الخوارزمية

- تستخدم أيضاً في حقل التعامل مع الخوارزميات العودية وحساب تعقيدها.

ليكن T(p,q) بيان ما. الشجرة بالتعريف هي عبارة عن بيان مترابط خالٍ من الحلقات

الغابة: بيان غير مترابط خالٍ من الحلقات فالشجرة هي غابة مكونة من مركبة واحدة.

هناك بعض التعاريف المتكافئة.

ليكن لدينا T(p,q) بيان ما عندئذ العبارات الآتية متكافئة

1- البيان T شجرة.

2- بين كل رأسين في البيان T مسار وحيد.

3- T مترابط وكل ضلع فيه هو عبارة عن جسر.

4- T مترابط وعدد أضلاعه هو p-1 (عدد الرؤوس مطروح منه واحد)

5- عدد الأضلاع T هو p-1 ولا يحتوي على حلقات.

6- T لا يحتوي على حلقات لكن إذا وصلنا أي رأسين غير متجاورين ينتج لدينا بياناً يحتوي على حلقة واحدة.

الأشجار الثنائية: Binary trees يمكن في الواقع استعمال الأشجار الثنائية في علم الحاسب والتي تعتمد على الأرقام 0,1 وذلك لاستعمالها في التعامل مع الخوارزميات العودية وحساب تعقيد هذه الخوارزمية

تقسم الشجرة الثنائية إلى مستويات حيث يتوضع في المستوى 0 رأس وحيد يدعى جذر الشجرة (root) ونرمز له بالرمز r.

في المستوى 1 هنالك رأسان، رأس على يمين الجذر، ويدعى الابن الأيمن للجذر، ورأس يتوضع على يسار الجذر ويدعى الابن الأيسر للجذر.

الموضوع

عندما يكون الجذر أبناء فهو أب لهما

نصل بين الجذر والابن الأيمن بضلع وحيد وكذلك نصل بين الجذر والابن الايسر بضلع وحيد

فكل أب له ولدان على الاكثر

في المستوى 2 للابن الايمن ولدان أيضاً وهما الابن الايمن والابن الايسر وكذلك للابن الايسر ولدين ويكونان الابن الايمن والايسر. وهذه الرؤوس الموجودة في المستوى الثاني تسمى أحفاد.

نصل بين بأضلاع وحيدة وهكذا يكون كل أب أو رأس أعلى رأسين على اليمين وعلى اليسار ويتم الوصل بينهما بضلع وحيد

٠

ملاحظة. يمكن أن يكون للاب ولدين على الاكثر. ١ ابناء

يمكن للاب أن يكون له ولد وحيد. ٢ احفاد

ولا يمنع من وجود ولدين للولد الوحيد لذلك يمكن في الواقع تمثيل الولدين في الشجرة السابقة بالشكل

في المستوى صفر	عدد الرؤوس	$2^0 = 1$	ويدعى جذر
في المستوى ١	عدد الرؤوس	$2^1 = 2$	ابناء
في المستوى 2	" "	$2^2 = 4$	أحفاد.
في المستوى k	" "	2^k	

تمثل الشجرة الجزئية المكونة من الابن الايسر وما يليه بالشجرة الجزئية اليسرى ويكون الابن الايسر هو جذرها

تمثل الشجرة الجزئية المكونة من الابن الايمن وما يتبعه بالشجرة الجزئية اليمنى ويكون جذرها هو الابن الايمن

نرمز للشجرة الثنائية بالرمز T $T(r, T_1, T_2)$ حيث r هو جذر الشجرة root و T_1 الشجرة الجزئية اليسرى ، T_2 الشجرة الجزئية اليمنى

الرأس الذي له أولاد يدعى رأس داخلي وتكون درجته أكبر من الواحد.

كل رأس ليس له أولاد رأس خارجي (ورقة). رؤوس الشجرة درجة كل رأس تساوي الواحد

الموضوع

نقول عن رأسين أنهما شقيقتان إذا كان لهما نفس الأب

مثال: لتكن لدينا الشكل التالي

في هذه الشجرة الثنائية الموضحة بالشكل، الرأس v_1 هو جذر الشجرة، v_2 ، v_3 الابن الأيسر والأيمن للجذر. أبناء v_2 هما v_4 ، v_5 وأبناء v_3 هما v_6 ، v_7

الرؤوس الداخلية للشجرة هما v_2 ، v_3 ودرجة كل منهما تساوي 3

الرؤوس الخارجية الأوراق هي v_4, v_5, v_6, v_7 ودرجة كل منها تساوي 1.

الشجرة الجزئية اليسرى T_1 لها جذر v_2 والرؤوس v_4 ، v_5 هي أوراق لها

" اليمنى T_2 لها جذر v_3 والرؤوس v_6, v_7 هي أوراق لها.

نرمز لهذه الشجرة الثنائية $T(r, T_1, T_2)$

هنالك بعض العمليات من الأشجار: قياس الشجرة T : هو عدد الرؤوس لها ويمثل بالشكل $|V(T)|$ أو $|VT(r, T_1, T_2)|$

مقياس الشجرة الخالية يساوي الصفر $|V(T_0)| = 0$ وبالتالي فإن قياس الشجرة يعطى بالشكل: قياس الجذر + قياس الشجرة اليسرى + قياس الشجرة اليمنى

$$|V(T)| = |VT(r, T_1, T_2)| = 1 + |V(T_1)| + |V(T_2)|$$

ارتفاع الرأس: $h(v)$ يمثل بعد الرأس عن الجذر وهو عدد الأضلاع التي تصل بين هذا الرأس وجذر الشجرة r.

- ارتفاع الشجرة الثنائية: هو أكبر ارتفاع لرأس في الشجرة.

$$h(T) = \max \{ h(v) \; ; \; v \in V(T) \}$$

- عرض الشجرة الثنائية هو أكبر عدد للرؤوس في مستوى واحد.
- مسافة التجوال $LC(T)$ هو مجموع ارتفاعات رؤوسها

$$LC(T) = \sum_{v \in V(T)} h(v)$$

مسافة التجوال الداخلية: عرض الشجرة. هي عبارة عن مجموع الارتفاعات رؤوسها الداخلية

$$LCI(T) = \sum_{v \in V(T)} h(v) \quad : d(x) > 1$$

درجة الرأس.

الارتفاع لجذر هو الصفر. $h(r) = 0$

الموضوع

مسافة المجال الخارجي ضمن الشجرة: وتمثل مجموع درجات الرؤوس الخارجية (الاوراق)

$$LCE(T) = \sum_{v \in V(T) :\ \delta(x) = 1} h(v)$$

في الشجرة الممثلة بالشكل السابق نلاحظ أن ارتفاع الشجرة T

$h(T) = 2$

$LC(T) = 0 + 1 + 1 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$

$LCI(T) = 1 + 1 = 2$

$LCE(T) = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$

يمكن في الواقع تمثيل الشجرة الثنائية من خلال التعامل مع أعداد فيبوناتشي، حيث معادلة الحدود فيبوناتشي تعطى بالشكل:

$f_0 = 0$

$f_1 = 1$

$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad ; n > 1$

من أجل تمثيل اعداد فيبوناتشي باستخدام الأشجار الثنائية ومن اجل $n = 5$ نجد

$f_2 = f_1 + f_0 = 1$

$f_3 = f_2 + f_1 = 2$

$f_4 = f_3 + f_2 = 3 \quad — \quad F_5 = 5$

لذلك لحساب f_i حيث $2 \le i \le n$ يجب معرفة f_{i-1} ، f_{i-2} بشرط أن تكون الدلالة i أكبر من الواحد.

يمكن أنه نستخدم اعداد فيبوناتشي في حساب الخوارزميات العودية وحساب تعقيدها ومن أجل حساب F_n يجب حساب تعقيد الخوارزمية معطاة بالصيغة $2^{n-1} - 1$

وبشكل عام لنمثل F_5 باستخدام الشجرة الثنائية بالشكل التالي:

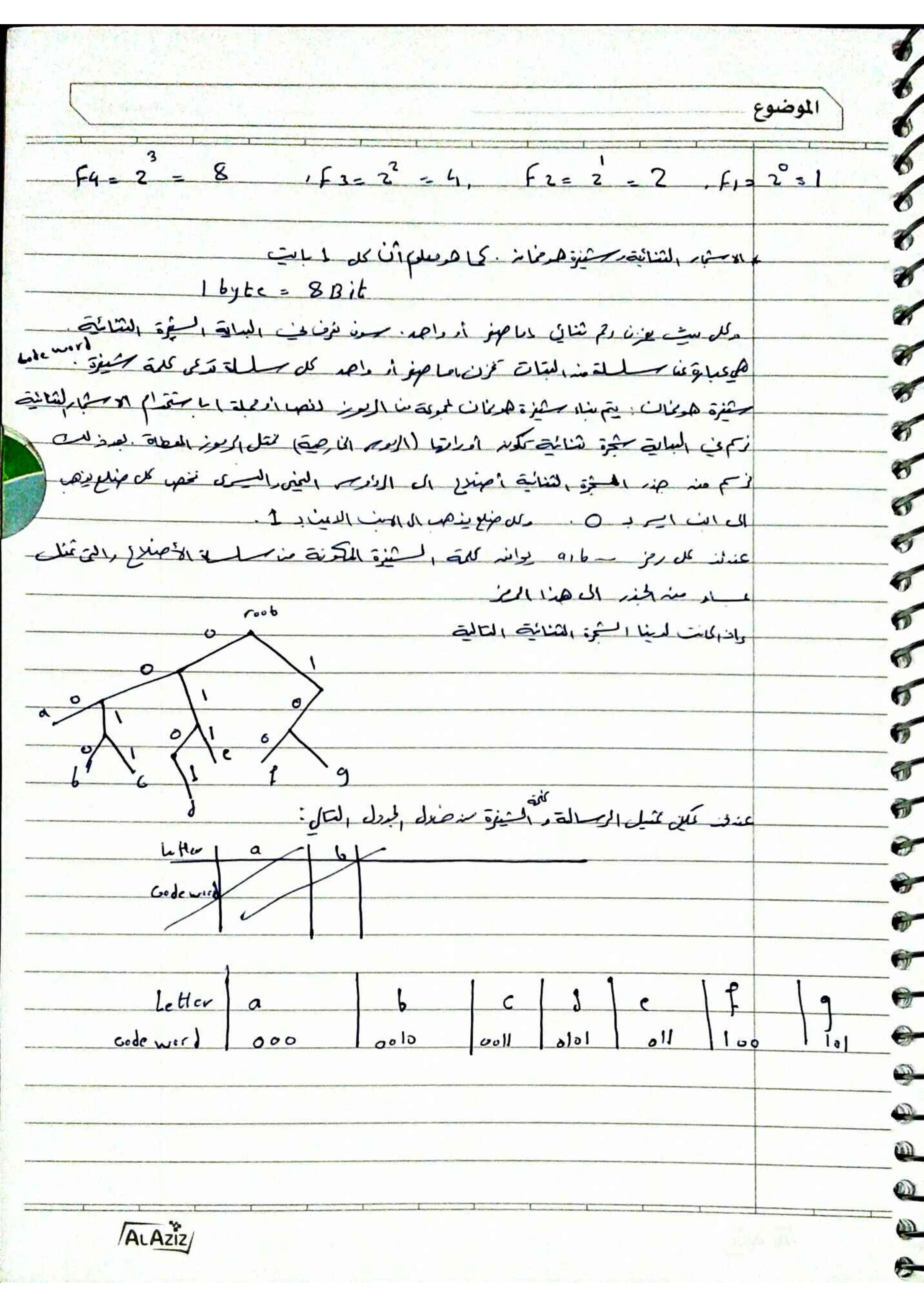
F5
F4 F3
F3 F2 F2 F1
F2 F1 F1 F0 F1 F0
F1 F0

$F_5 = 2^{5-1} - 1 = 16 - 1 = 15$

2^{n-1}

ALAziz

بقية الدرس



الموضوع

$F_4 = 2^3 = 8$ ، $F_3 = 2^2 = 4$ ، $F_2 = 2^1 = 2$ ، $F_1 = 2^0 = 1$

* الاشجار الثنائية وشيفرة هوفمان . كما هو معلوم أن كل 1 بايت

1 byte = 8 Bit

وكل بيت يخزن رقم ثنائي اما صفر أو واحد . سوف نتعرف على البداية الشيفرة الثنائية
هي عبارة عن سلسلة من البتات تخزن اما صفر أو واحد كل سلسلة تدعى كلمة الشيفرة . code word
شيفرة هوفمان : يتم بناء شيفرة هوفمان لمجموعة من الرموز لنص أو جملة ما باستخدام الاشجار الثنائية
نرسم في البداية شجرة ثنائية تكون أوراقها (الرؤوس الخارجية) تمثل الرموز المعطاة . بعد ذلك
نرسم من جذر الشجرة الثنائية أضلاع الى الرؤوس اليمنى واليسرى نخص كل ضلع يذهب
الى الابن الايسر بـ 0 . وكل ضلع يذهب الى الابن الايمن بـ 1 .
عندئذ كل رمز a او b يوافقه كلمة الشيفرة المكونة من سلسلة الأضلاع والتي تمثل
مسار من الجذر الى هذا الرمز
واذا كانت لدينا الشجرة الثنائية التالية

root
0 1
0 1 0
a 0 1 0 1 0
b c 1 e f g
d

عندئذ تكون تمثيل الرسالة و كلمة الشيفرة من خلال الجدول التالي :

Letter	a	b
Code word		

Letter	a	b	c	d	e	f	g
code word	000	0010	0011	0101	011	100	101

ALAZIZ